

113 學年度物理系學士班「個人申請」入學第二階段招生考試

【數學試題】

【本考科不可使用計算機】

答案請務必寫在試卷本上，並請標明題號，試題隨卷繳回

1. 在二維平面上有三個向量， $\vec{A} = (3, 1)$, $\vec{B} = (-2, 2)$, $\vec{C} = (4, 6)$ 。若 $\vec{C} = d\vec{A} + e\vec{B}$ 而 d, e 為實數且 $d = \vec{C} \cdot \vec{a} = d\vec{A} \cdot \vec{a}$, $e = \vec{C} \cdot \vec{b} = e\vec{B} \cdot \vec{b}$ ，求解向量 \vec{a} 及 \vec{b} 。(10%)
2. 證明從橢圓某一焦點發出的光，經過橢圓上任一點反射後必通過橢圓之另一焦點。(10%)
3. 某生用電子重量計測一小塊金屬，每次測得金屬的質量均為 23 mg。假設此金屬的質量可能是均勻分布於 22.5 mg 到 23.5 mg 之間，試問此電子重量計因為數位化至最小刻度 1 mg 所造成的不確定度為多少 mg? (10%)
4. NBA 季後賽為七戰四勝的賽制，先拿到四勝的球隊就可晉級下一輪。已知在大數據的統計分析下，得到甲隊對戰乙隊的每場比賽勝率為 60%，而此輪賽事前三場打完的大比分是 2:1，甲隊領先。試問甲隊在此情形下最後會勝出的機率為何? (10%)
5. 函數 $y(x) = \cos^2(3\pi x)$ ，試問在 $x=0$ 到 $x=1$ 的區間，此函數與 X 軸所夾的面積值為何? (10%)
6. 請證明根號 3 為無理數 (10 分)
7. 在 (x, y) 空間有個四邊形，他的四個頂角依序為 (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , (a_3, b_3) , (a_4, b_4) 。請用四個 (x, y) 的不等式來刻畫這四邊形內部的區域。(10 分)
8. 我們知道 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ 。請利用這個等式推出 $\sin[x-y] = (\sin[x] \cos[y] - \cos[x] \sin[y])$ (10 分)
9. 在二維空間有三個向量， $v_1 = (a_1, b_1)$, $v_2 = (a_2, b_2)$, $v_3 = (a_3, b_3)$ 。但在二維裡頂多只有兩個獨立向量。如果上述三個向量彼此都不平行，這意味著我們可以將 v_3 展在 v_1, v_2 上，也就是 $v_3 = c_1 v_1 + c_2 v_2$ 。請給出 c_1, c_2 。(10 分)
10. 如果 $0 < x < \pi/2$ ，請證明 $e^{(\sin[x])} > e^x$ 。(10 分)
[本題送分]

試題隨卷繳回